

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ДИСКРЕТНОГО РЕЖИМА СКВАЖИНЫ, ЭКСПЛУАТИРУЕМОЙ ГАЗЛИФТНЫМ СПОСОБОМ**Н.А.ИСМАЙЛОВ*, А.П.ГУЛИЕВ*, М.М.МУТАЛЛИМОВ*, А.А.БАБАЕВ******Институт Прикладной Математики, БГУ****Механико-математический факультет, БГУ**mmutallimov@yahoo.com*

Рассматривается конечно-разностная аппроксимация задачи оптимального управления эксплуатации нефтяных скважин газлифтным способом. Задача оптимального управления для непрерывного случая сводится к дискретной задаче, для которой с помощью уравнения Эйлера-Лагранжа построены программная траектория и управление. Как показывают численные результаты, при увеличении узловых точек результаты приближаются к аналогичным результатам непрерывного случая.

Как известно [1,2] для эксплуатации многих нефтяных скважин применяется газлифтный метод. Этот метод позволяет поднять на поверхность земли нефть за счет подаваемого газа через газокomppressorную трубу. В этом случае закачиваемый газ можно рассматривать как управляющий параметр, с помощью которого можно оптимизировать дебит.

В работах [3,4] разработана математическая модель, описывающая процесс газлифта, которая дает возможность поставить и решать задачи оптимального управления.

В работе [4], используя данную математическую модель, применяется метод прямых, в результате чего получается линейно-квадратичная задача оптимального управления [5], в которой необходимо найти такое решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которое удовлетворяет соответствующим начальным условиям и минимизирует некоторый функционал. Далее, в этой работе разработаны метод и алгоритм для построения программных траекторий и управления. В данной работе, аппроксимируя непрерывную задачу оптимального управления, получена дискретная задача оптимального управления, для которой имеется соответствующее уравнение Эйлера-Лагранжа. Далее, разработан метод, позволяющий построить программную траекторию и управление в дискретном случае. На основе соответствующего алгоритма проведены численные эксперименты для различных узловых точек. Проводилось сравнение с аналогичным результатом [6] и оказались достаточно близки.

Постановка задачи

В работе [3] показано, что математическая модель при эксплуатации

скважины газлифтным способом описывается следующей линейной системой дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{c^2}{F} \frac{\partial Q}{\partial x}, \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = -F \frac{\partial P}{\partial x} - 2aQ. \end{cases} \quad (1)$$

Используя результаты [4], из (1), путем применения метода прямых, получается следующая система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dP_k}{dt} = -\frac{c^2}{Fl}(Q_k - Q_{k-1}), \\ \frac{dQ_k}{dt} = -\frac{F}{l}(P_k - P_{k-1}) - 2aQ_k, \end{cases} \quad k = \overline{1, N} \quad (2)$$

здесь при $N = 2$, учитывая забойное давление, получена следующая линейно-квадратичная задача оптимального управления:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Fx + Gu + v, \\ x(0) &= x, \\ J &= \frac{1}{2} \alpha [Q_2(T) - \bar{Q}]^2 + \frac{1}{2} \int_0^T u' R u dt \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (3)$$

где J - критерия качества, x - вектор фазовых координат, u - вектор управляющих воздействий, F, G, R - матрицы, α - достаточно большой параметр, v - возмущение далее подробно описано.

Если предположить включение компьютера в контур управления объекта, который описывается системой (3), то система (3) должна быть заменена соответствующим разностным соотношением [5], так как в управление сигнал поступает в дискретном моменте в течении равных промежутков времени $\Delta = \frac{T}{N}$.

Рассмотрим следующие конечно-разностные уравнения, которые получаются путем аппроксимации непрерывной задачи [3], т.е. получается

$$\begin{aligned} x(i+1) &= \psi x(i) + \Gamma u(i) + V, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \\ x(0) &= x^0. \end{aligned} \quad (4)$$

В (3) матрицы F, G, v постоянны, поэтому ψ, Γ, V определяются следующими соотношениями

$$\psi = e^{F\Delta}, \quad V = F^{-1}(e^{F\Delta} - E)v, \quad \Gamma = \left(\int_0^\Delta e^{F\xi} d\xi \right) G.$$

При существовании F^{-1} имеем: $\Gamma = F^{-1}(\psi - E)G$, здесь $\Delta = \frac{T}{N}$ (T – время окончания процесса), а интегральный критерий качества из (3) переходит к виду:

$$J = \frac{1}{2}(X(N) - \bar{X})' Z(X(N) - \bar{X}) + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n u(i) R u(i). \quad (6)$$

Отметим, что фигурирующие в (3), матрицы F, G и вектор V определяются следующим образом:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 & 0 \\ \frac{\bar{F}_1}{l} & -2a_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2^2}{F_2 l} & 0 & -\frac{c_2^2}{F_2 l} \\ -\frac{\bar{F}_2}{l} & 0 & -\frac{\bar{F}_2}{l} & -2a_2 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 \\ 0 & \frac{F_1}{l} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 \\ 0 & \frac{F_1}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{pl} \\ P_{pl} \end{bmatrix},$$

а $x = [P_1, Q_1, P_2, Q_2]'$, $x^0 = [P_1^0, Q_1^0, P_2^0, Q_2^0]'$, где «'»- означает знак транспонирования.

Сформулируем задачу.

Требуется найти такое решение $x(i)$ уравнения (4) с начальным условием x^0 и такое управление, которое минимизирует критерий качества (6).

Для решения задачи (3) имеются следующие уравнения Эйлера-Лагранжа:

$$\begin{bmatrix} x(i+1) \\ \lambda(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi & -\Gamma R^{-1} \Gamma' \\ 0 & \psi' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(i) \\ \lambda(i+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Обозначим

$$A = \begin{bmatrix} \psi & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} E & \Gamma R^{-1} \Gamma' \\ 0 & \psi' \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение (7) примет вид:

$$\begin{bmatrix} \psi & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(i) \\ \lambda(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & \Gamma R^{-1} \Gamma' \\ 0 & \psi' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(i+1) \\ \lambda(i+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Получается

$$\begin{bmatrix} x(i+1) \\ \lambda(i+1) \end{bmatrix} = B^{-1} A \begin{bmatrix} x(i) \\ \lambda(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{-1} V \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (9)$$

Обозначим

$$B^{-1} A = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{V} = \begin{bmatrix} B^{-1} V \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} X(N) \\ \lambda(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}^N \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Пусть

$$M = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}, \text{ тогда } L = [M^{N-1} + M^{N-2} + \dots + M + E] \begin{bmatrix} \tilde{V} \\ 0 \end{bmatrix};$$

(где E – единичная матрица соответствующей размерности).

Имеются следующие алгебраические уравнения для определения $x(0), \lambda(0), x(N), \lambda(N)$, т.е.

$$\begin{aligned} Dx &= b \\ x(0) &= x^0; \\ \lambda(N) &= Z(x(N) - \bar{x}), \\ x &= [x(0), \lambda(0), x(N), \lambda(N)]', \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$D = \begin{bmatrix} -T_{11} & -T_{12} & E & 0 \\ 0 & -T_{22} & 0 & E \\ E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z & E \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} L \\ 0 \\ x^0 \\ -Z\bar{x} \end{bmatrix},$$

$$\bar{x} = [0 \ 0 \ 0 \ \bar{Q}]'$$

Решая алгебраическое уравнение (11) определяются неизвестные $x(0), \lambda(0), x(N), \lambda(N)$. Оптимальное управление определяется так

$$u(i) = -R^{-1}\Gamma' \lambda(i+1), \quad (12)$$

а траектории так

$$x(i+1) = \psi x(i) - \Gamma R^{-1}\Gamma' \lambda(i+1). \quad (13)$$

Таким образом, имеется следующий вычислительный алгоритм:

1. Вводятся исходные данные, формируются матрицы F, G, ν , затем выбирая N вычисляются матрицы ψ, Γ, V .
2. Решается алгебраическое уравнение (11).
3. Используя (9) находятся $x(i), \lambda(i) \ i = \overline{0, N-1}$.
4. Оптимальное управление определяется из (12), а траектория по формуле (13).

В качестве примера рассмотрим конкретные характеристики одной определенной скважины из промысла.

$$\text{Пусть } l = 1485 \text{ м, } 2a = \begin{bmatrix} 2a_1 \\ 2a_2 \end{bmatrix} = \frac{g}{w_c} + \frac{\lambda \delta w_c}{2D}, \quad g = 9,8 \text{ м/сек}^2 \quad \text{ускорение}$$

свободного падения,

$$\lambda_c = \begin{cases} 0,01 & \text{їđè } (0, l), \\ 0,23 & \text{їđè } (l, 2l) \end{cases}$$

-гидравлическое сопротивление,

$$D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} \sqrt{114^2 - 73^2} \cdot 10^{-3} \text{ м} & \text{при } (0, l), \\ 0,073 \text{ м} & \text{при } (l, 2l) \end{cases}$$

-внутренний диаметр насосно-компрессорных труб и эффективный диаметр кольцевого пространства, $R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \frac{D}{2}$ - соответственно, радиусы,

$Q_0 = 0,21 \text{ м}^3 / \text{сек}$ - объемный расход закачиваемого газа, $\bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{bmatrix} = \pi R^2$ -

площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб (НКТ),

$$\rho = \begin{cases} 0,75 \text{ кг} / \text{м}^3 & \text{при } (0, l), \\ 700 \text{ кг} / \text{м}^3 & \text{при } (l, 2l) \end{cases}$$

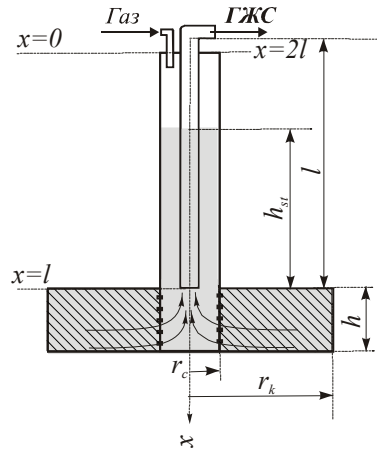
плотность газа и нефти соответственно в кольцевом пространстве и НКТ,

$W_c = \frac{Q_0}{F \cdot \rho}$ - средняя скорость движения смеси по сечению и

жизни смеси по сечению и

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} 331 \text{ м} / \text{сек} & \text{при } (0, l), \\ 850 \text{ м} / \text{сек} & \text{при } (0, 2l). \end{cases}$$

В начале процесса газлифта имеется определенное значение давления на забое, которое можно вычислить посредством высоты столба жидкости и использовать его в качестве начального условия, т.е. в данном случае



Фиг. 1. Схема газлифтной скважины .

$$\begin{bmatrix} P_1^0 \\ Q_1^0 \\ P_2^0 \\ Q_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5177500 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

а $u = \begin{bmatrix} Q_0 \\ P_0 \end{bmatrix}$ -управляющее воздействие,

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{Q} \end{bmatrix},$$

\bar{Q} – плановый дебет, α -некоторый параметр.

Отметим, что при заданных P_0 и Q_0 решив системы уравнений (11) получим зависимости $-P_1, P_2, Q_1, Q_2$ и которые отражены на графиках Рис.1 и Рис.2.(левый–дискретный, правый непрерывный). Как показывает сравнительный анализ, результаты для P_1, Q_1 и P_2, Q_2 совпадают с точностью порядка 10^{-8} в непрерывном случае.

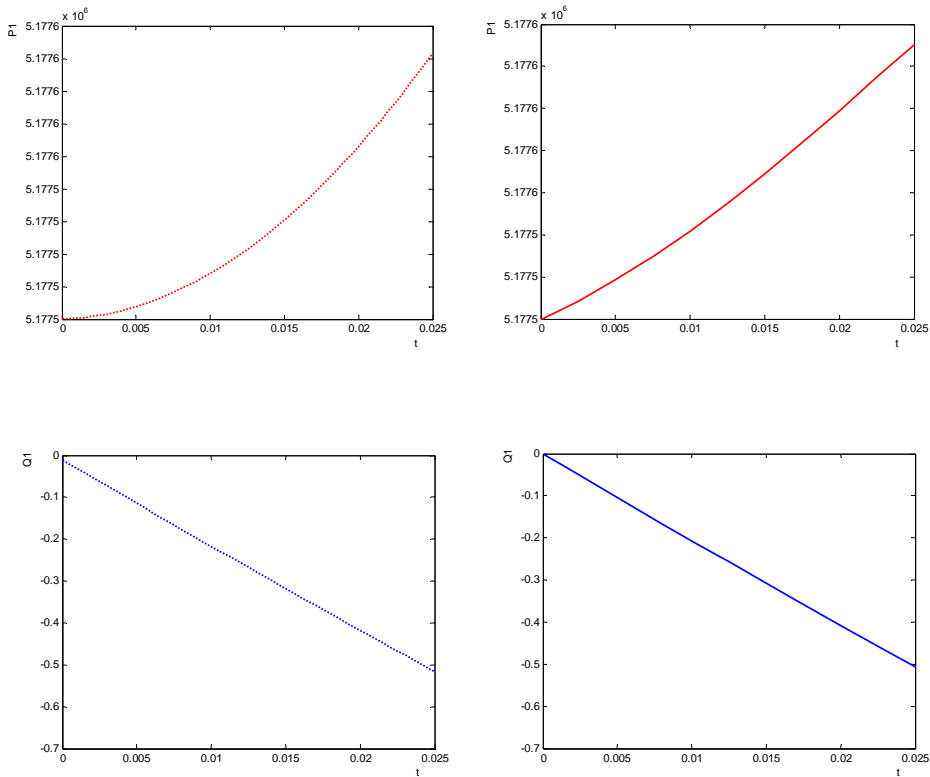


Рис. 1. Зависимость P_1 и Q_1 от $t(i)$, $i = \overline{1, N}$. Зависимость P_1 и Q_1 от $t \in [0 T]$.

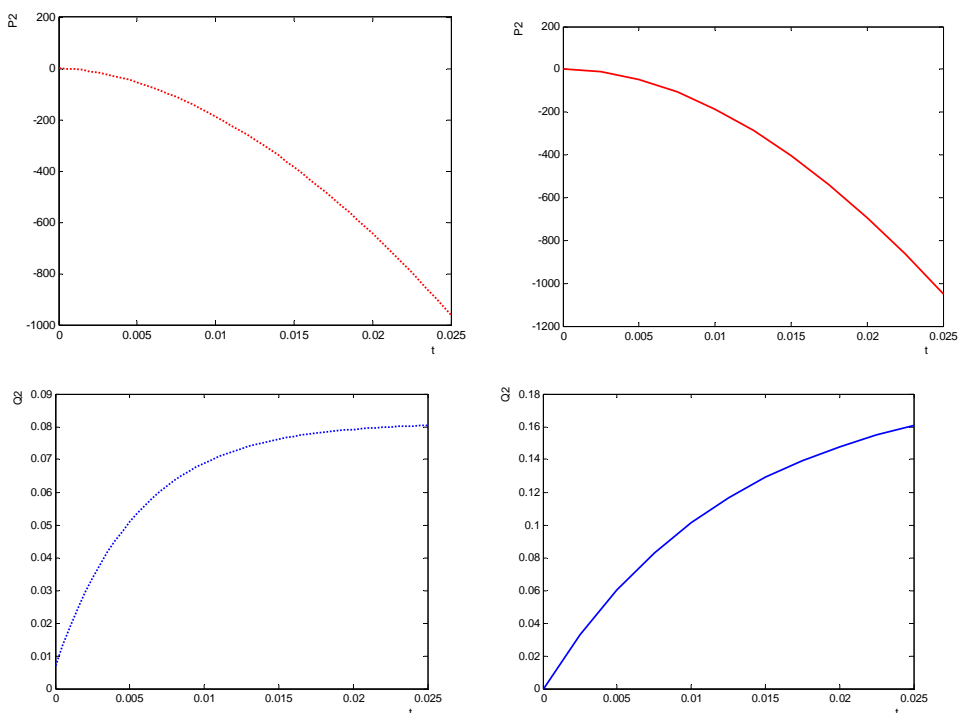


Рис. 2. Зависимость P_2 и Q_2 от $t(i)$, $i = \overline{1, N}$. Зависимость P_2 и Q_2 от $t \in [0 T]$.

Таким образом, показано, что при кусочно-постоянных управляющих воздействиях задача построения программной траектории и управления при добыче нефти газлифтным способом сводятся к решению дискретной линейно-квадратичной задачи управления. Приведенный алгоритм и его реализация показывают, что именно такой подход может использоваться при включении компьютера в контур объекта для нахождения соответствующих оптимальных режимов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шуров В.И. Технология и техника добычи нефти. М.: Недра, 1983, 510 с.
2. Мирзаджанзаде А.Х., Ахметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И. Технология и техника добычи нефти: Под редакцией акад. А.Х.Мирзаджанзаде. М.: Недра, 1986, 382 с.
3. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А. Моделирование работы газлифтной скважины // Доклады НАН Азербайджана, 2008, № 4, с.30-41.
4. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б. Проблемы математического моделирования, оптимизации и управления газлифта // Доклады НАН Азербайджана, 2009, № 2, с.43-57.
5. Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Тимошенко А.Г. Задачи управления шагающими аппаратами. Киев: Наукова Думка, 1985, 264 с.
6. Алиев Ф.А., Муталлимов М.М. Алгоритм для решения задачи построения программных траектории и управления при добыче нефти газлифтным способом // Доклады НАН Азербайджана, 2009, т. 55, № 5, с.9-18.

QUYULARIN QAZLIFT ÜSULU İLƏ İSTİSMARINDA OPTİMAL DİSKRET REJİM

ALQORİTMİNİN QURULMASI

N.A.İSMAYILOV, A.P.QULİYEV, M.M.MÜTƏLLİMOV, Ə.Ə.BABAYEV

XÜLASƏ

İşdə neftin qazlift üsulu ilə hasilatı zamanı proqram trayektoriyası və idarəedicinin seçilməsi məsələsi diskret xətti kvadratik idarəetmə məsələsinə gətirilir, uyğun optimal rejim alqoritmi qurulur. Kəsilməz optimal idarəetmə məsələsi diskret məsələyə gətirilir və Eylər-Laqranj tənliyinin köməyiylə proqram trayektoriya və idarəedici qurulur. Ədədi hesablamalarla göstərilir ki, düyün nöqtələrinin sayını artırmaqla alınan nəticələr analoji kəsilməz halın nəticələrinə yaxınlaşır.

ALGORITHM TO CONSTRUCTION OF THE OPTIMAL DISCRETE REGIME FOR THE GASLIFT WELL

N.A.ISMAYILOV, A.P.GULIYEV, M.M.MUTALLIMOV, A.A.BABAYEV

SUMMARY

In the paper the problem of the choice of program trajectory and control is reduced to the discrete quadratic linear optimal control problem. The algorithm is proposed for the corresponded optimal regime. The continuous optimal control problem is reduced to a discrete one and by the help of discrete Euler-Lagrange equation the program trajectory and control are constructed.

As numerical experiments show, by increasing the number of nod points, the results approach the analogical results of the continuous condition.